**Exercice N° 1**

Le tableau suivant donne l'âge (en année ) et la tension artérielle maximale de 5 patients.

| x ( Age ) | 36 | 42 | 48 | 54 | 60 |
|---|---|---|---|---|---|
| y ( Tension artérielle ) | 11,5 | 12 | 13,5 | 14 | 15 |

1) a) Calculer $\overline{x}$ , $\overline{y}$ , $V(x)$ , $V(y)$ et $Cov(x,y)$.

b) Calculer le coefficient de corrélation entre x et y.

c) Y-a-t-il forte corrélation entre x et y ?. Justifier.

d) Déterminer une équation cartésienne de la droite de régression de y en x.

2) Quelle tension maximale devrait avoir un patient de 30 ans ?

3) Parmi les cinq patients on choisi un au hasard.

Calculer la probabilité d'avoir choisi un patient dont l'âge est inférieur ou égale à 48 sachant qu'il a une tension artérielle supérieur ou égale à 12.

**Exercice N° 2**

On considère la suite $(U_n)$ définie sur $IN^*$ par $U_n = \int_0^1 (1-t)^n e^t \, dt$.

1) a) Montrer que $U_1 = e - 2$.

b) Montrer que pour tout $n \in IN^*$ on a : $U_n \geq 0$.

c) Montrer à l'aide d'une intégration par partie que pour tout $n \in IN^*$ : $U_{n+1} = (n+1)U_n - 1$.

2) a) Montrer que pour tout $n \in IN^*$ et pour tout $t \in [0,1]$ on : $(1-t)^n e^t \leq e(1-t)^n$.

b) Vérifier que $F(t) = -\frac{1}{n+1}(1-t)^{n+1}$ est une primitive sur [0,1] de $f(t) = (1-t)^n$

c) En déduire que pour tout $n \in IN^*$ on a : $U_n \leq \frac{e}{n+1}$.

d) Déterminer $\lim\limits_{n \to +\infty} U_n$

3) Soit la suite $(V_n)$ définie sur $IN^*$ par $\begin{cases} V_1 = a \\ V_{n+1} = (n+1)V_n - 1 \end{cases}$ ; $(a \in IR)$

a) Montrer par récurrence que : $V_n = U_n + (n!)(a + 2 - e)$

b) Déterminer $\lim\limits_{n \to +\infty} V_n$ suivant les valeurs de a. ( on rappelle que $\lim\limits_{n \to +\infty} (n!) = +\infty$ )

**Problème**

**I-** Soit g la fonction définie sur $[0,+\infty[$ par : $g(x) = x + 2 - e^x$.

1) a) Calculer $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$

b) Dresser le tableau de variation de g.

2) a) Montrer que l'équation $g(x) = 0$ admet dans $[0,+\infty[$ une unique solution $\alpha$ et que $1{,}14 < \alpha < 1{,}15$.

b) En déduire que $\begin{cases} g(x) \geq 0 & \text{pour } x \in [0,\alpha] \\ g(x) \leq 0 & \text{pour } x \in [\alpha,+\infty[ \end{cases}$

**II-** On considère la fonction f définie sur $[0,+\infty[$ par : $f(x) \quad \dfrac{e^x \quad 1}{x\ e^x \quad 1}$